

Додаткові задачі

Тема 1. Елементарні геометричні фігури та їхні властивості

Варіант 1

1. Довжина відрізка AB дорівнює 12 см. Знайдіть на прямій AB усі точки M , для яких $MA : MB = 3 : 1$.
2. Різниця двох із чотирьох кутів, що утворилися при перетині двох прямих, є втричі меншою від суми двох інших кутів. Знайдіть усі кути, що утворилися при перетині даних прямих.
3. Промінь OD ділить кут AOB на два кути, OC — бісектриса кута AOB . Доведіть, що кут DOC дорівнює модулю піврізниці кутів AOD і DOB .
4. Через точку на площині провели 10 прямих, після чого площину поділили по цих прямих на кути. Доведіть, що хоча б один із цих кутів є меншим від 20° .

Варіант 2

1. Довжина відрізка PQ дорівнює 6 см. Знайдіть на промені PQ всі точки X , для яких $PX = 2QX$.
2. Сума двох із чотирьох кутів, що утворилися при перетині двох прямих, відноситься до різниці двох інших кутів як $9 : 5$. Знайдіть кут між даними прямими.
3. Промені OM і OL — бісектриси суміжних кутів AOB і COB відповідно. Знайдіть кут між бісектрисами кутів AOL і COM .
4. Через точку на площині провели 10 прямих, після чого площину поділили по цих прямих на кути. Доведіть, що хоча б один із цих кутів є більшим від 16° .

Додаткові задачі

Тема 2. Ознаки рівності трикутників

Варіант 1

1. За рис. 1 доведіть рівність кутів DAE і DCE .
2. На рис. 2 трикутники KBA і BLC рівносторонні. Доведіть рівність відрізків KC і AL .

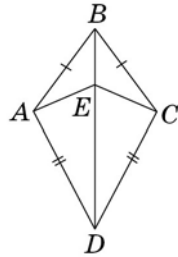


Рис. 1

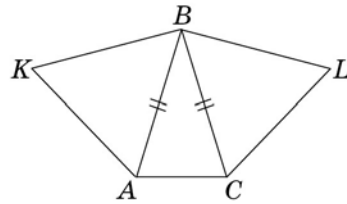


Рис. 2

3. Доведіть рівність трикутників за медіаною і сумою та різницею двох сторін, що виходять з однієї вершини.
4. Доведіть рівність трикутників ABC і $A_1B_1C_1$, якщо $\angle A = \angle A_1 = 90^\circ$, $AC = A_1C_1$, $\angle B = \angle B_1$.

Варіант 2

1. За рис. 1 доведіть рівність кутів EAD і ECD .
2. На рис. 2 трикутник ABC рівносторонній, а трикутники APB і BQC рівнобедрені з основами AB і BC відповідно, причому $AP = BQ$. Доведіть рівність відрізків AQ і PC .

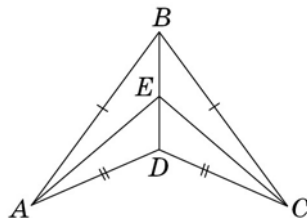


Рис. 1

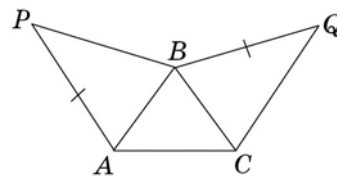


Рис. 2

3. Доведіть рівність трикутників за медіаною та сумою і різницею двох кутів, які медіана утворює з двома сторонами, що виходять з тієї самої вершини.
4. Доведіть рівність трикутників ABC і $A_1B_1C_1$, якщо $\angle A = \angle A_1 = 90^\circ$, $AC = A_1C_1$, $BC = B_1C_1$.

Додаткові задачі

Тема 3. Паралельні прямі. Сума кутів трикутника

Варіант 1

- Із точок A і B , що лежать по один бік від деякої прямої, проведено перпендикуляри AC і BD до цієї прямої; $\angle BAC = 117^\circ$.
 - Знайдіть кут ABD .
 - Доведіть, що прямі AB і CD перетинаються.
- Один із зовнішніх кутів трикутника дорівнює 120° , а внутрішні кути, не суміжні з ним, відносяться як $5 : 7$. Знайдіть усі внутрішні кути трикутника.
- У рівнобедреному трикутнику кут, утворений бісектрисою, проведеною з вершини кута при основі, і висотою, проведеною з цієї ж вершини, дорівнює 30° . Знайдіть кути трикутника. Скільки розв'язків має задача?
- У трикутнику ABC $\angle C = 60^\circ$. На стороні AC позначено точку D так, що $\angle BDC = 60^\circ$, $\angle ABD = 30^\circ$.
 - Доведіть, що $AD = BC$.
 - Доведіть, що $P_{ABC} < 5BC$.

Варіант 2

- На сторонах кута A , що дорівнює 43° , позначено точки B і C , а всередині кута — точку D так, що $\angle ABD = 137^\circ$, $\angle BDC = 45^\circ$.
 - Знайдіть кут ACD .
 - Доведіть, що прямі AB і CD мають одну спільну точку.
- Один із внутрішніх кутів трикутника дорівнює 60° , а два зовнішні, не суміжні з ним, відносяться як $5 : 3$. Знайдіть невідомі внутрішні кути трикутника.
- У рівнобедреному трикутнику кут, утворений висотою, проведеною до основи, і бісектрисою кута при основі, дорівнює 55° . Знайдіть кути трикутника.
- У трикутнику ABC $\angle A = 90^\circ$, $\angle C = 15^\circ$. На стороні AC позначено точку D так, що $\angle DBC = 15^\circ$.
 - Доведіть, що $AC < BC$.
 - Доведіть, що $BC < 4AB$.

Додаткові задачі

Тема 4. Коло і круг

Варіант 1

1. Радіус OC кола з центром у точці O проходить через середину хорди AB . Знайдіть кут OCB , якщо $\angle OBA = 34^\circ$.
2. Точки дотику вписаного кола ділять бічні сторони рівнобедреного трикутника на відрізки завдовжки a і b . Знайдіть периметр трикутника.
3. Знайдіть геометричне місце точок, що є центрами кіл, вписаних у даний кут (тобто тих, що дотикаються до його сторін).
4. Побудуйте за допомогою циркуля й лінійки трикутник за стороною, висотою та медіаною, проведеними до іншої сторони. Виконайте аналіз, побудову, доведення, дослідження.

Варіант 2

1. Радіус OF кола з центром у точці O проходить через середину хорди DE . Знайдіть кут OED , якщо $\angle OFE = 52^\circ$.
2. Основа рівнобедреного трикутника дорівнює 4 см, а бічні сторони — по 10 см. У трикутник вписано коло, а до цього кола проведено дотичну, яка перетинає бічні сторони. Знайдіть периметр трикутника, що відтинає дотична.
3. Знайдіть геометричне місце точок, що є центрами кіл, які дотикаються до двох даних паралельних прямих.
4. Побудуйте за допомогою циркуля та лінійки трикутник за висотою та медіаною, проведеними до однієї сторони, і за гострим кутом, прилеглим до цієї сторони. Виконайте аналіз, побудову, доведення, дослідження.

Додаткові задачі

Підсумкове оцінювання

Варіант 1

1. Відрізок BD є бісектрисою трикутника ABC . Через точку C проведено пряму, яка паралельна BD і перетинає AB у точці E . Доведіть, що трикутник BEC рівнобедрений.
2. Відрізки AD і BE перетинаються в точці C . Зовнішні кути трикутника ABC при вершинах A , B і C відносяться відповідно як $4 : 3 : 5$. Довжина відрізка AB дорівнює 5 см, довжина відрізка CD — 10 см, а відрізки DE і BC перпендикулярні. Доведіть рівність відрізків BC і CE .
3. Бісектриси зовнішніх кутів A і C трикутника ABC перетинаються в точці K . Кут ABC дорівнює 60° .
 - а) Знайдіть кут AKC .
 - б) Доведіть, що коли пряма AC дотикається до кола з центром K , то прямі BC і BA також дотикаються до цього кола.

Варіант 2

1. На стороні AC трикутника ABC позначено точку D . Через точку C проведено пряму, яка паралельна BD і перетинає AB у точці E . Доведіть, що коли трикутник BEC рівнобедрений з основою EC , то BD є бісектрисою трикутника ABC .
2. Відрізки AD і BE перетинаються в точці C . Зовнішні кути трикутника ABC при вершинах A , B і C відносяться як $5 : 3 : 4$ відповідно. Довжина відрізка AC дорівнює 4 см, довжина відрізка CE — 2 см, а відрізки DE і BC перпендикулярні. Доведіть рівність відрізків AB і DE .
3. Бісектриси зовнішніх кутів A і C трикутника ABC перетинаються в точці K . Кут AKC дорівнює 60° .
 - а) Знайдіть кут ABC .
 - б) Доведіть, що коли пряма AB дотикається до кола з центром K , то пряма AC також дотикається до цього кола.